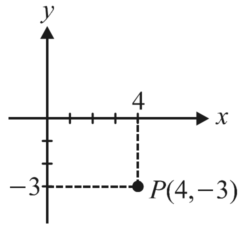
106 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 106-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	D	B	C	C	B	B	C	A	C	A	D	A	D	B	C	A	C	B	C	D	D	B	B

1. $a=4$，$b=-3$，$a+b=4-3=1$



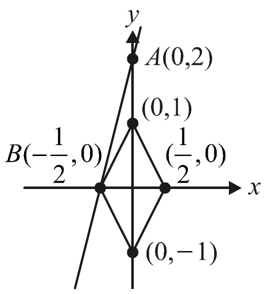
2. $\overline{OB}=3$，$\overline{OA}=4$
由角平分線定理知 $\overline{BD}:\overline{DA}=3:4$
再用分點公式得 $D(\frac{12+0}{3+4},\frac{0+12}{3+4})=D(\frac{12}{7},\frac{12}{7})$

3. $\because 3x-2y=117$ 的斜率為 $\frac{3}{2}$
且 $ax+5y=411$ 的斜率為 $-\frac{a}{5}$
又互相垂直 $\Rightarrow \frac{3}{2}\cdot(-\frac{a}{5})=-1 \Rightarrow a=\frac{10}{3}$

4. 斜率為 4 的直線可令 $y=4x+k$
x 截距為 1 表示通過 $(1,0) \Rightarrow 0=4\cdot 1+k$
得 $\Rightarrow k=-4$，整理得 $4x-y-4=0$

5. 水平線斜率 $=0=m_3$，由圖知 $\overline{AB}$ 由左下往右上上升
$\Rightarrow \overline{AB}$ 的斜率 $m_1>0$，同理 $\overline{AC}$ 的斜率 $m_2<0$
$\Rightarrow m_1>m_3>m_2$

6. 作 $2|x|+|y|=1$ 的圖形，如右圖之菱形，$\because$ 直線 $y=mx+2$ 的斜率為 m 且恆過 $A(0,2)$，$\therefore$ 直線與菱形恰交於一點，且斜率為正時必過 $B(-\frac{1}{2},0)$，故所求即為過 A、B 兩點之直線斜率 $\frac{2-0}{0-(-\frac{1}{2})}=4$



7. $2017°-360°\times 5=217°=a$
$106°-360°=-254°=b$
$a+b=217°+(-254°)=-37°$

8. 扇形面積 $=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}\cdot\pi^2\cdot(\frac{2}{\pi})=\pi$ 平方公分

9. π 弧度 $=180° \Rightarrow 1$ 弧度 $=\frac{180°}{\pi}\fallingdotseq 57.3°$
$\Rightarrow 3$ 弧度 $\fallingdotseq 3\times 57.3°=171.9°$ 為第二象限角
$\Rightarrow \sin 3>0$，$\cot 3<0$，而 $\sin(-3)=-\sin 3<0$
點 $(\sin(-\theta),\cot\theta)=(-,-)$ 在第三象限

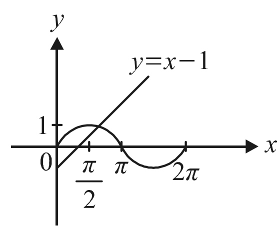
10. $2017°-360°\times 5=217°$ 為第三象限角
$\Rightarrow \sin 2017°<0$ 且 $\cot 2017°>0$
106°為第二象限角
$\Rightarrow \sin 106°>0$，$\cos 106°<0$，$\tan 106°<0$
(A) $\cos^2 2017°-\sin^2 2017°=\cos 2\times 2017°=\cos 4034°$
$=\cos(4034°-360°\times 11)=\cos 74°>0$
(B) $\cos^2 106°-\sin^2 106°=\cos 2\times 106°=\cos 212°<0$
(C) $\because \cos 106°<0$ 且 $\sin 2017°<0$
$\cos 106°+\sin 2017°=$ 負 $+$ 負 <0
(D) $\because \tan 106°<0$ 且 $\cot 2017°>0$
$\tan 106°\cot 2017°=$ 負 $\times$ 正 <0

11. 由二倍角公式知
$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$，$\cos 2\beta=2\cos^2\beta-1$
$\frac{39}{50}=\cos 2\alpha-\cos 2\beta=[2\cos^2\alpha-1]-[2\cos^2\beta-1]$
$=2[\cos^2\alpha-\cos^2\beta]=2(\cos\alpha+\cos\beta)(\cos\alpha-\cos\beta)$
$=2\cdot\frac{13}{10}(\cos\alpha-\cos\beta)\Rightarrow \cos\alpha-\cos\beta=\frac{3}{10}$

12. $f(x)=8\cdot(2\cos x\sin x)\cos 2x=8\cdot\sin 2x\cos 2x$
$=4\cdot(2\sin 2x\cos 2x)=4\cdot\sin 4x$，週期為 $\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$

13. 令 $b+c=7k\cdots\cdots$①
$c+a=8k\cdots\cdots$②
$a+b=9k\cdots\cdots$③
$\frac{①+②+③}{2}$ 得 $a+b+c=12k\cdots\cdots$④
④−①　$a=5k$
④−②　$b=4k$
④−③　$c=3k$
由正弦定理知 $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$
$=5k:4k:3k=5:4:3$

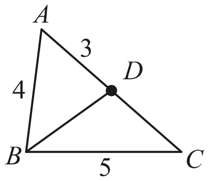
14.



由圖形知有一個交點

15. ΔABC 周長的一半

$s=\dfrac{a+b+c}{2}=\dfrac{4+5+6}{2}=\dfrac{15}{2}$



由海龍公式知

ΔABC 面積 $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$=\sqrt{\dfrac{15}{2}\cdot\dfrac{7}{2}\cdot\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{3}{2}}=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$

$\because$ D 爲 $\overline{AC}$ 中點，$\therefore$ ΔABD 面積爲 ΔABC 面積的一半

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{15\sqrt{7}}{4}=\dfrac{15\sqrt{7}}{8}$

16. 由餘弦定理知

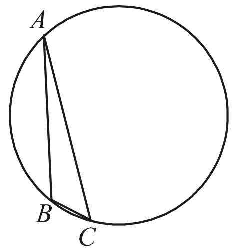
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}\cdot\cos B$

$=(\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}-1)^2-2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)\cdot\cos 120°$

$=4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}-2\cdot 2\cdot(-\dfrac{1}{2})=10$

$\Rightarrow \overline{AC}=\sqrt{10}$

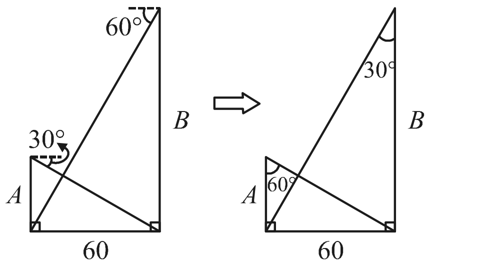
由正弦定理知 $\dfrac{\overline{AC}}{\sin B}=2R$



$\Rightarrow R=\dfrac{\overline{AC}}{2\sin B}=\dfrac{\sqrt{10}}{2\sin 120°}$

$=\dfrac{\sqrt{10}}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$

17.



由圖知 A 塔高爲 $\dfrac{60}{\sqrt{3}}=20\sqrt{3}$ ，B 塔高爲 $60\sqrt{3}$

所以 B 塔比 A 塔高 $(60\sqrt{3}-20\sqrt{3})=40\sqrt{3}$ 公尺

18. $3\sin^2\theta-5\sin\theta-2=(3\sin\theta+1)(\sin\theta-2)=0$

$\sin\theta=-\dfrac{1}{3}, 2$ (不合，$\because -1\le\sin\theta\le 1$)

$\Rightarrow \cos\theta=\pm\sqrt{1-\sin^2\theta}=\pm\sqrt{1-(-\dfrac{1}{3})^2}=\dfrac{\pm 2\sqrt{2}}{3}$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{-\dfrac{1}{3}}{\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}=\pm\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$\tan 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\dfrac{\pm\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\cdot 2}{1-(\pm\dfrac{1}{2\sqrt{2}})^2}=\dfrac{\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}}{1-\dfrac{1}{8}}=\dfrac{\pm 4\sqrt{2}}{7}$

$\tan^2 2\theta=(\dfrac{\pm 4\sqrt{2}}{7})^2=\dfrac{32}{49}$

19. $5=\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\tan\alpha+3}{1-3\tan\alpha}$

$\Rightarrow \tan\alpha=\dfrac{1}{8}$

20. $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$ ，$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(5,12)-(3,4)=(2,8)$

$\therefore |\overrightarrow{BC}|=\sqrt{2^2+8^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$

ΔABC 周長 $=|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BC}|$

$=5+13+2\sqrt{17}=18+2\sqrt{17}$

21. ΔBOA 爲正三角形，$\therefore \angle BOA=60°$ ，$\overline{OB}=2$

B 的坐標爲 $(2\cos 60°, 2\sin 60°)=(1,\sqrt{3})$

四邊形 $ABCO$ 爲平行四邊形

所以二條對角線互相平分 $\Rightarrow$ K 爲 $\overline{OB}$ 中點

$\Rightarrow \overrightarrow{OK}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OB}=\dfrac{1}{2}(1,\sqrt{3})=(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})$

22. 因爲是單位向量，$\therefore |\vec{u}|=|\vec{v}|=1$

由內積的定義知 $|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|=|\vec{u}||\vec{v}|\cdot\cos\theta$

$=1\cdot 1\cdot\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\theta=150°$

23. [解一] ΔABC 面積 $=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{2^2\cdot 3^2-(-1)^2}=\dfrac{\sqrt{35}}{2}$

[解二] ΔABC 面積 $=\dfrac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\sin A$……①

$-1=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos A=2\cdot 3\cdot\cos A\Rightarrow\cos A=-\dfrac{1}{6}$

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-(-\dfrac{1}{6})^2}=\dfrac{\sqrt{35}}{6}$ 代入 ① 得

ΔABC 面積 $=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\dfrac{\sqrt{35}}{6}=\dfrac{\sqrt{35}}{2}$

24. 所求即原點到直線的距離爲 $\dfrac{|0-0-15|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{15}{5}=3$

25. L_1：$4x-3y+2=0$

L_2：$4x-3y+4=0$

$d(L_1, L_2)=\dfrac{|2-4|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\dfrac{2}{5}$